

Q5004. 半無限長の杭と有限長の杭について教えて？

A5004. 簡単に言えば、半無限長の杭は長い杭、有限長の杭とは短い杭です。

杭の挙動は杭長によって変化していき、さまざまな挙動を表す式は杭長を考慮したものとなっています。この考えを有限長の杭といいます。これは杭長を考慮しているため非常に複雑で面倒な式となっています。しかし、杭はある程度の深さまでいくと、その挙動がほとんど変化しなくなり、杭長を無限大に長くしたものとほとんど変わらなくなっていきます。そこである程度の杭長であるなら、計算を簡単にするために杭長を無限大にすると変位は限りなく0に近づくという条件を当てはめ、杭長を式から消します。この考えを半無限長の杭といいます。

ここでその有限長杭と半無限長杭の判別ですが、一般的に杭長 L_e が $(2.5 \sim \pi) / \beta$ と言われています。ここで、 $3 / \beta$ と考えた場合が道路橋示方書・同解説¹⁾の考えでは、以下のように記載されています。ここに、 β は基礎の特性値(m^{-1})。

- ・ 水平方向地盤反力係数が一様で杭の根入れ深さが $3 / \beta$ 以上の場合、水平方向地盤反力係数が一定の半無限長のはりとして計算してよい。
- ・ 水平方向地盤反力係数が一様で杭の根入れ深さが $3 / \beta$ より小さい場合は、水平方向地盤反力係数が一定の有限長のはりとして計算する。
- ・ 水平方向地盤反力係数が一様でない場合は、地表面から $1 / \beta$ までの水平方向地盤反力係数の平均値によって①または②に準じて計算してよい。

上記から、道路附属物の杭においても、杭頭に生じる水平変位量を算出する場合、 $1 < \beta L_e < 3$ を有限長の杭、 $\beta L_e \geq 3$ を半無限長の杭と判別することにしております。道路橋示方書・同解説¹⁾に記載する道路附属物の杭の水平照査に用いる必要な事項についてとりまとめたものを、以下に示します。

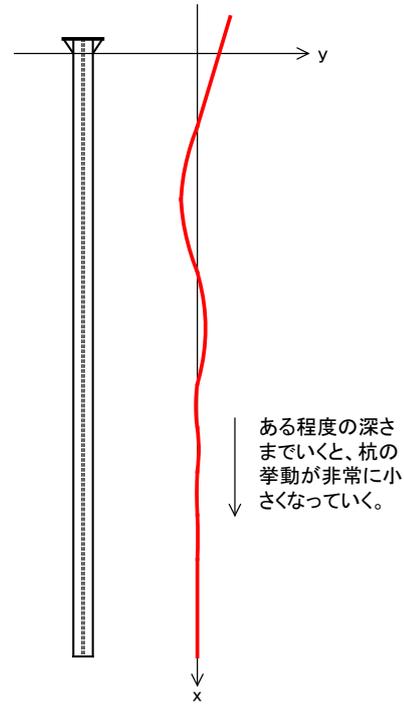


図1 杭長と杭の挙動の関係



1) 半無限長 ($\beta L_e \geq 3$) の杭の場合

水平方向地盤反力係数が深さによらず一定で、杭の根入れの深さが十分に長い場合には、林-chang の考え方に基づき算出すればよい。土中に埋込まれた杭の場合の半無限長杭はつぎのように計算する。

杭頭に生じる水平変位量 δ (mm)

$$\delta = \frac{H}{2EI\beta^3} + \frac{M}{2EI\beta^2} = \frac{1+\beta h_0}{2EI\beta^3} H \dots\dots\dots (式 1)$$

ここに、

H : 杭軸直角方向 (水平) 力 (N)

M : 杭頭の外力としての (曲げ) モーメント (N・mm)

E : 杭のヤング係数 (N/mm²)

I : 杭の断面二次モーメント (mm⁴)

h_0 : H 、 M の作用する (加力点) 地上高 (mm) で、次式による。

$$h_0 = \frac{M}{H} \dots\dots\dots (式 2)$$

地中部最大曲げモーメント位置 l_m (mm)

$$l_m = \frac{1}{\beta} \tan^{-1} \frac{1}{1+2\beta h_0} \dots\dots\dots (式 3)$$

地中部最大曲げモーメント M_m (N・mm)

$$M_m = -\frac{H}{2\beta} \sqrt{(1+2\beta h_0)^2 + 1} \cdot \exp(-\beta l_m) \dots\dots\dots (式 4)$$

2) 有限長の杭 ($1 < \beta L_e < 3$) の場合

有限長の杭の軸直角方向変位量は、杭先端の支持条件の影響を受けるため、支持条件を考慮する必要がある。ただし、一般的には、良質な支持層に杭径程度の根入れが確保されている場合、先端ヒンジとし、それ以外の場合、先端自由と考えてよい。有限長杭はつぎのように計算する。

杭頭に生じる水平変位量 δ (mm)

$$\delta = \frac{1}{2EI\beta^3} (C_1 + C_3) \dots\dots\dots (式 5)$$

地中部最大曲げモーメント位置 l_m (mm)

$$\beta l_m = \tan^{-1} \frac{(C_3 + C_4) - (C_1 - C_2) \exp(2\beta l_m)}{(C_3 - C_4) + (C_1 + C_2) \exp(2\beta l_m)} \quad (\text{逐次近時式}) \dots\dots\dots (式 6)$$

地中部最大曲げモーメント M_m (N・mm)

$$M_m = \frac{1}{\beta} [e^{\beta l_m} (C_1 \sin \beta l_m - C_2 \cos \beta l_m) + e^{-\beta l_m} (-C_3 \sin \beta l_m + C_4 \cos \beta l_m)] \dots\dots\dots (式 7)$$

ここに、 $C_1 \sim C_4$: 積分定数で、以下による。



① 杭先端自由

$$C_1 = \frac{H}{\Delta} \left[(1 - \sin 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} - e^{-4\beta L_e} \right] - \frac{\beta M}{\Delta} \left[(\cos 2\beta L_e + \sin 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} - e^{-4\beta L_e} \right]$$

$$C_2 = -\frac{H}{\Delta} \left[(1 - \cos 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} \right] - \frac{\beta M}{\Delta} \left[(2 - \cos 2\beta L_e + \sin 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} - e^{-4\beta L_e} \right]$$

$$C_3 = \frac{H}{\Delta} \left[1 - (1 + \sin 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} \right] + \frac{\beta M}{\Delta} \left[1 - (\cos 2\beta L_e - \sin 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} \right]$$

$$C_4 = -\frac{H}{\Delta} \left[(1 - \cos 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} \right] - \frac{\beta M}{\Delta} \left[1 - (2 - \cos 2\beta L_e - \sin 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} \right]$$

$$\Delta = 1 - 2(2 - \cos 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} + e^{-4\beta L_e}$$

② 杭先端ヒンジ

$$C_1 = \frac{H}{\Delta} \left[-\cos 2\beta L_e \cdot e^{-2\beta L_e} + e^{-4\beta L_e} \right] + \frac{\beta M}{\Delta} \left[(\sin 2\beta L_e - \cos 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} - e^{-4\beta L_e} \right]$$

$$C_2 = -\frac{H}{\Delta} \left[\sin 2\beta L_e \cdot e^{-2\beta L_e} \right] - \frac{\beta M}{\Delta} \left[(\cos 2\beta L_e + \sin 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} + e^{-4\beta L_e} \right]$$

$$C_3 = \frac{H}{\Delta} \left[1 - \cos 2\beta L_e \cdot e^{-2\beta L_e} \right] + \frac{\beta M}{\Delta} \left[1 + (\cos 2\beta L_e + \sin 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} \right]$$

$$C_4 = -\frac{H}{\Delta} \left[\sin 2\beta L_e \cdot e^{-2\beta L_e} \right] - \frac{\beta M}{\Delta} \left[1 + (\cos 2\beta L_e - \sin 2\beta L_e) e^{-2\beta L_e} \right]$$

$$\Delta = 1 - 2 \sin 2\beta L_e \cdot e^{-2\beta L_e} - e^{-4\beta L_e}$$

参考文献

- 1) 道路橋示方書・同解説 IV 下部構造編 (日本道路協会、平成 24 年 3 月)
- 2) 杭基礎の設計法とその解説 (土質工学会、昭和 62 年 1 月)